DESAIN DIDAKTIS MATERI PECAHAN KELAS IV SEKOLAH DASAR MENGGUNAKAN PEMBELARAN *REALISTIC MATHEMATICS EDUCATION (RME)*

Nandang Kusnandar
Program Studi PGSD STKIP Sebelas April Sumedang
nandang315@gmail.com

Abstrak

Pecahan merupakan salah satu materi penting yang harus dipelajari siswa. Pecahan mulai dipelajari siswa di sekolah dasar, namun hambatan belajar atau *learning obstacles* pada materi ini sering ditemukan dan dialami siswa. Dengan demikian, tujuan dari penelitian ini adalah untuk menyusun desain didaktis materi pecahan berdasarkan *learning obstacles* yang dialami dan *hypothetical learning trajectory*yang dilalui siswa. Desain didaktis materi pecahan ini didasarkan pula pada pembelajaran *Realistic Mathematics Education (RME)* mengingat pecahan sangat dekat dengan kehidupan nyata siswa. Penelitian ini dilakukan dalam tiga langkah yaitu penyusunan desain didaktis awal, pengimplementasian desain didaktis, dan analisis retrospektif untuk memperoleh desain didaktis akhir. Hal tersebut sesuai dengan alur dalam penelitian *Didactical Design Research (DDR).* Hasil dari penelitian ini berupa suatu desain didaktis alternatif yang dapat digunakan dalam pembelajaran matematika sekolah dasar materi pecahan kelas IV. Desain didaktis yang disusun terdiri dari delapan desain yang dimuat dalam lima buah Lembar Kerja Siswa (LKS).

Kata kunci: desain didaktis, *learning obstacles, hypothetical learning trajectory, realistic mathematics education*, pecahan

1. Pendahuluan

Salah satu materi penting dalam matematika adalah bilangan. Verschaffel, Greer, dan De Corte (Pitta-Pantazi, 2014) mengemukakan beberapa alasan mengapa bilangan begitu penting dipelajari siswa, di antaranya: (1) operasi dan aplikasi dari bilangan berhubungan dengan kehidupan nyata dan digunakan di dalamnya; (2) bilangan merupakan dasar dari berbagai macam materi dalam matematika; dan (3) bilangan merupakan salah satu materi pertama yang diajarkan di sekolah secara formal. Pecahan merupakan bagian dari bilangan. Pecahan menjadi landasan bagi siswa dalam mempelajari matematika selanjutnya seperti persen, rasio, dan aljabar. Kurangnya pemahaman siswa dalam pecahan dapat mengakibatkan kesulitan bagi siswa dalam memecahkan masalah matematika lainnya. Behr dan Post (Wheeldon, 2008) menyatakan "Siswa dapat mengalami kesulitan dalam mempelajari aljabar karena kurangnya pemahaman mereka dalam pecahan". Selain itu, menurut Wu (1998) "Tidak didefinisikan dan dimaknainya pecahan dengan jelas akan menimbulkan kebingungan dalam memahami rasio, proporsi, ataupun persen".

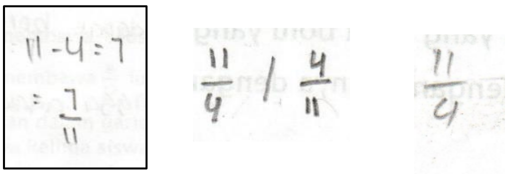
Pecahan penting bagi siswa, namun beberapa kesulitan masih sering muncul ketika mempelajarinya. Kesulitan itu di antaranya sulit melihat pecahan sebagai sebuah bilangan, tetapi melihat pecahan sebagai dua bilangan yang dipisahkan dengan garis di antara keduanya. Beberapa siswa kadang menjumlahkan pecahan dengan cara menjumlahkan penyebut dengan penyebut serta pembilang dengan pembilang (Behr, dkk. dalam Pitta-Pantazi, 2014). Kesulitan yang muncul lainnya adalah siswa memahami pecahan dalam bentuk $\frac{a}{b}$ sebagai a bagian dari keseluruhan b bagian yang tidak sama besar (Pitta-Pantazi, 2014). Dalam memahami pecahan yang senilai menurut Sadi (2007) "...beberapa siswa tidak bisa menemukan hubungan antara kesetaraan dan ukuran dua pecahan yang diberikan". Begitu pun dalam mengerjakan soal pecahan dalam bentuk cerita, menurut Untari (2013) terdapat kesulitan siswa dalam mengerjakan soal cerita yang terkait dengan pecahan. Brousseau (2002) menjelaskan kesulitan atau hambatan siswa dalam mempelajari pecahan dapat dipengaruhi oleh strategi guru mengajar (*didactical obstacle*), struktur isi matematika (*epistimological obstacle*), maupun hambatan yang muncul dari kemampuan kognitif siswa (*ontogenic obstacle*).

Berdasarkan studi pendahuluan yang dilaksanakan pada siswa kelas V SDN Cieunteung di Kabupaten Sumedang pada materi pecahan ditemukan beberapa *learning obstacles* di antaranya yang berkaitan dengan *epistimological obstacle* dan *didactical obstacle* yang dialami oleh siswa terkait dengan materi pecahan, seperti pada persoalan berikut.

Soal a.
Hindun mempunyai sebatang coklat.Kemudian ia membaginya menjadi 11 bagian sama besar. 4 bagiannya ia berikan kepada Ani. Berapa bagian dari seluruh coklat Hindun, coklat yang diberikan kepada Ani?

Gambar 1.
Soal a

Soal pada gambar 1 merupakan soal yang berkaitan dengan arti pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan bagian utuh yang sama besar. Soal seperti ini sering dialami siswa dalam kehidupan sehari-harinya, misalkan ketika mereka mempunyai makanan dan memberikan sebagiannya kepada teman yang lain. Temuan menarik mengenai respon beberapa siswa terkait jawaban soal tersebut di antaranya seperti pada gambar 2.



Gambar 2.
Contoh Jawaban Soal a

Berdasarkan gambar 2 (kiri) terlihat bahwa beberapa siswa belum memahami maksud soal karena pemahaman yang terbatas pada konteks masalah tertentu (*epistimological obstacle*). Kata "diberikan" pada soal membuat siswa berpikir bahwa soal tersebut melibatkan operasi pengurangan. Hal tersebut karena siswa terbiasa memperoleh soal yang di dalamnya terdapat kata "diberikan" diselesaikan dengan operasi pengurangan. Selanjutnya, gambar 2 (kanan) memperlihatkan bahwa beberapa siswa masih kesulitan menentukan mana angka yang seharusnya pembilang dan angka yang seharusnya menjadi penyebut. Hal tersebut menunjukkan mereka belum memahami apa yang ditunjukan oleh penyebut dan pembilang pada pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan utuh. Hal ini berkaitan dengan proses pembelajaran yang mereka lalui (*didactical obstacle*) yang hanya menggunakan contoh dan latihan seperti contoh yang ada pada buku ajar yang menjadi pegangan siswa.

Perlu adanya upaya yang dilakukan untuk menghadapi hambatan-hambatan siswa dalam mempelajari pecahan. Menurut Cortina, Visnovska, dan Zuniga (2014) "Dalam pembelajaran hambatan ontogenik dan epistimologitidak dapat dan tidak harus dihindari, ketika siswa berhadapan dengan hal tersebut tugas guru adalah untuk mendorong siswa mengatasinya".Sedangkan untuk hambatan didaktis dapat diatasi dengan perubahan stategi guru dalam mengajar.

Salah satu upaya untuk menghadapi hambatan tersebut adalah dengan membuat bahan ajar yang didasarkan pada *learning obstacles* dan *hyphotetical learning trajectory*. Memahami lintasan belajar siswa penting dilakukan. "Lintasan belajar mampu memberi kesempatan kepada guru untuk fokus pada pemikiran siswa" (Clements, dkk, 2011). "Memperhatikan cara berpikir siswa merupakan alat penting untuk memulai perubahan dalam pembelajaran dan perbaikan pembelajaran" (Sherin & van Es, 2009). Lintasan belajar (*learning trajectory*) sendiri didefinisikan Clements & Sarama (Simon, 2014) sebagai deskripsi pemikiran dan pembelajaran siswa dalam domain matematika tertentu, dan menduga lintasan yang terkait melalui serangkaian tugas instruksional yang dirancang untuk menimbulkan proses-proses mental atau tindakan hipotesis agar siswa bergerak melalui perkembangan tingkat berpikir.

Dalam pembelajaran tidak terlepas dari materi, guru dan siswa serta hubungan diantara ketiganya. Menurut Kansanen (Suryadi, 2010) terdapat hubungan pedagogis antara guru dan siswa serta hubungan didaktis antara siswa dan materi, serta ditambahkan oleh Suryadi (2010) di antara guru dan materi pun perlu antisipasi didaktis dan pedagogis (ADP). Hal ini menunjukkan dalam menciptakan pembelajaran yang efektif guru seyogyanya mempersiapkan segala antisipasi didaktis maupun pedagogis agar hubungan didaktis antara siswa dan materi serta hubungan pedagogis antara guru dan siswa berjalan dengan baik. Dengan demikian guru harus memiliki pengetahuan tentang matematika yang baik dan memahami siswa serta cara belajarnya dengan baik pula. Hal ini sejalan dengan apa yang diungkapkan Walle,dkk. (2010) bahwa "Terdapat dua hal yang sangat penting agar pembelajaran matematika menjadi lebih efektif yaitu pengetahuan matematika guru dan bagaimana siswa belajar matematika".

Disamping itu, pecahan sangat erat kaitannya dengan kehidupan sehari-hari (Rangkuti, 2015). Freudental (Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014) mengemukakan bahwa "Matematika adalah aktivitas manusia". Pecahan yang termasuk dalam bagian matematika pun merupakan aktivitas manusia. Dengan demikian mempelajari matematika tidak dapat dipisahkan dari kehidupan nyata siswa.Mempelajari matematika melalui situasi atau masalah realistik yang berkaitan dengan kehidupan nyata siswa telah dikembangkan sejak tahun 1986. Pembelajaran tersebut terangkum dalam *realistic mathematics education* (RME).

RME adalah pendekatan pembelajaran matematika sekolah yang berorientasi pada penerapan matematika dalam kehidupan sehari-hari (Ningsih, 2014). Kata realistik dalam RME tidak hanya bermakna dunia nyata tetapi juga situasi yang mampu dibayangkan siswa. Terdapat enam prinsip dalam RME menurut Treffers (Heuvel-Panhuizen & Drijvers: 2014), di antaranya: (1) prinsip aktivitas, dimana siswa dipandang sebagai partisipan yang aktif dalam proses pembelajaran; (2) prinsip realitas, dimana pembelajaran matematika dimulai dengan masalah yang berkaitan dengan kehidupan nyata dan bermakna bagi siswa; (3) prinsip level, dimana siswa memahami matematika secara berjenjang, mulai dari konteks informal menuju konsep dan strategi yang terkait. Model sangat penting untuk menjembatani antara pemahaman informal, konteks yang berkaitan dengan matematik, dan matematik yang lebih formal; (4) prinsip berjalin, materi matematika yang satu berkaitan dengan materi matematika yang lain; (5) prinsip interaksi, dimana belajar matematika bukan hanya aktivitas individu tetapi juga aktivitas sosial; dan (6) prinsip bimbingan, dimana dalam RME guru harus proaktif dengan siswa dalam pembelajaran, guru dan program pembelajaran berlandaskan pada hubungan jangka panjang lintasan belajar-mengajar.

Terdapat hubungan antara RME dengan pembelajaran pecahan. Materi pecahan membutuhkan model yang dapat digunakan dalam merepresentasikannya. Hal ini tersurat di dalam standar pecahan bagi sekolah dasar menurut standar *national council of teachers of mathematics* (NCTM). Standar pecahan untuk sekolah dasar menurut NCTM (Sonnabend, 2010) di antaranya adalah menggunakan model, *benchmark*, dan bentuk yang ekuivalen untuk menilai ukuran suatu pecahan serta menggunakan visualisasi berupa model, *bechmark*, dan bentuk yang setara untuk operasi pertambahan dan pengurangan.Istilah 'model' tidak diambil dalam cara yang sangat literal. Bahan, sketsa visual, situasi paradigmatik, skema, diagram dan bahkan simbol dapat berfungsi sebagai model (Heuvel-Panhuizen, 2003). "Dengan menggunakan model siswa diperbolehkan untuk membangun pemahaman informal dengan membagi sama banyak bolu mereka, atau bangun datar lain menuju bagian pecahan dari keseluruhan, walaupun penggunaannya terbatas" (Saxe, dkk, 2005).

Dengan demikian, dalam membuat desain didaktis materi pecahan nantinya selain mempertimbangkan *learning obstacles* serta alur belajar siswa dalam materi pecahan, didasarkan pula pada pembelajaran realistik atau RME.

Desain penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah *design didactical research* (DDR). Tujuan utama dari penelitian desain adalah untuk mengembangkan teori instruksi pembelajaran dan mengembangkan materi pendidikan yang dirancang mendukung pembelajaran tersebut (Gravemeijer dan Cobb, 2006). Hasil penelitian desain dapat berupa produk yang berguna (materi pendidikan) dan wawasan ilmiah terkait bagaimana produk ini dapat digunakan dalam pendidikan (McKenney dan Reeves, 2012; Akker, dkk., 2006).

Suryadi (2010) memaparkan beberapa langkah formal dalam melakukan penelitian desain didakis yang dirancang menjadi tiga tahapan aktivitas, antara lain: (1) analisis situasi didaktis sebelum berlangsungnya pembelajaran berupa desain didaktis hipotesis termasuk ADP; (2) analisis metapedadidaktik termasuk implementasi desain; dan (3) analisis retrospektif yaitu analisis yang mengaitkan antara hasil analisis situasi didaktis hipotesis dengan hasil analisis metapedadidaktik.

Dalam merumuskan desain didaktis hipotesis dilakukan terlebih dahulu identifikasi *learning obstacles* dan dibuat pula rumusan *hypothetical learning trajectory* pada materi pecahan kelas IV. Identifikasi *learning obstacles*dilakukanmelalui tes dan wawancara pada kelas V SD yang sebelumnya telah mendapatkan pembelajaran pecahan di kelas IV. Setelah membuat desain didaktis awal kemudian diimplementasikan pada siswa kelas IV sambil melakukan analisis metapedadidaktik. Setelah pengimplementasian barulah dilakukan analisis retrospektif. Dengan demikian, subjek pada penelitian ini adalah siswa SDN Cieunteung kelas IV dan V pada tahun pelajaran 2017/2018.

2. Hasil dan Pembahasan

2.1 *Learning Obstacles* Materi Pecahan Kelas IV

Identifikasi *learning obstacles* dilakukan dengan cara melakukan tes beberapa soal mengenai materi pecahan IV pada siswa kelas V yang pernah mempelajari materi tersebut. Dilakukan pula wawancara untuk memperjelas identifikasi. Hasil pengujian soal ditemukan dua buah *learning obstacles* yaitu *didactical obstacle* dan *epistimological obstacles. Didactical obstacle* teridentifikasi dari kesalahan-kesalahan pengerjaan soal yang diakibatkan oleh bagaimana siswa belajar dan bahan ajar yang digunakan siswa seperti pembelajaran pecahan yang tidak menjelaskan arti pecahan secara jelas dan menekankan pada pengetahuan prosedural, kemudian masih ada materi yang tidak siswa pelajari yakni membagi sebuah bangun sama besar, dimana materi ini yang akan memudahkan dalam mempelajari pecahan.

Sedangkan *epistimological obstacles* muncul dari kesalahan-kesalah pengerjaan soal yang diakibatkan oleh keterbatasan konteks pengetahuan yang dimiliki siswa. Misalnya, pengertian pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan, siswa terbatas pada konteks tersebut tanpa memandang bagian-bagiannya sama atau tidak. Selain itu, kurangnya variasi permasalahan dalam pembelajaran juga mempengaruhinya.

2.2 *Hypothetical Learning Trajectory* (Hipotesis Lintasan Belajar)

Setelah mengidentifikasi *learning obstacles* materi pecahan kelas IV SD selanjutnya merumuskan *hypothetical learning trajectory*. *Hyphotetical learning trajectory* memberikan kesempatan untuk memikirkan bagaimana cara berpikir siswa dan memikirkan kemungkinan bagaimana cara menuju konsep matematika yang lebih formal (Myers, dkk., 2015; Clements dan Sarama, 2009). Dengan demikian *hypothetical learning trajectory* dirumuskanberdasarkan hasil identifikasi *learning obstacles*, pertimbangan materi yang telah dipelajari siswa dilihat dari standar kompetensi dan kompetensi dasar untuk matematika SD pada kurikulum 2006, bahan ajar yang telah digunakan siswa mulai dari kelas 1 sampai 3, kemudian dikombinasikan dengan bacaan lain mengenai pecahan di SD serta standar NCTM.

Bagian yang belum dilalui siswa dalam mempelajari pecahan adalah membagi sama besar. Menurut Battista (2012) membagi sama besar merupakan salah satu komponen penting dalam mempelajari topik pecahan sebelum siswa memahami arti pecahan. Sehingga wajar saja jika pada hasil identifikasi *learning obstacles* siswa tidak dapat menentukan $\frac{2}{5}$ bagian dari bangun yang ditentukan. Sehingga penyusunan *hypotethetical learning trajectory* dimulai dengan membagi sama besar sebuah benda konkrit. Setelah membagi sama besar sebuah benda konkrit kemudian dilanjutkan pada membagi sama besar sebuah model gambar. Membagi sama besar sebuah model disebut juga proses *partitioning*. Proses *partitioning* ini dapat muncul dengan beragam cara hingga mengarah pada pemahaman pecahan (Pothier danSawada, 1983)

Secara garis besar *hypothetical learning trajectory* yang disusun pada penelitian ini adalah membagi sama besar, memahami arti pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan, memahami arti pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan sebuah kelompok tertentu, memahami arti pecahan yang merupakan pembagian, dan pecahan dalam garis bilangan yang dipelajari bersama dengan membandingkan pecahan. Representasi pecahan secara menyeluruh penting agar siswa tidak kesulitan dalam memahami pecahan selanjutnya. Selain itu, membagi sama besar sebuah model digunakan pula dalam memahami pecahan yang ekuivalen, penjumlahan dan pengurangan pecahan.

Setelah memahami arti pecahan siswa dikenalkan pada perbandingan pecahan, mencari pecahan senilai, penyederhanaan pecahan, serta urutan pecahan. Materi mencari pecahan yang senilai sangat penting untuk mempelajari penjumlahan dan pengurangan pecahan. Jika siswa masih belum memiliki pemahaman konseptual mengenai pecahan senilai mereka tidak akan mampu memahami konsep aritmatika pecahan (Arnon, Nesher, Nirenburg, 2001). Setelah siswa memahami pecahan senilai siswa mempelajari penjumlahan dan pengurangan pecahan.

2.3 Desain Didaktis Awal

Learning obstacles yang teridentifikasi serta *hypothetical learning trajectory* yang disusun, selanjutnya dijadikan dasar bagi pembuatan desain didaktis awal. Dalam pembuatan desain didaktis ini didasarkan pula pada pebelajaran RME. Penggunaan RME dilakukan dengan pertimbangan bahwa materi pecahan berhubungan dengan kehidupan sehari-hari (Verschaffel, Greer dan De Corte, dalam Pitta-Pantazi, 2014). Berdasarkan ide Freudenthal (Heuvel-Panhuizen, 2003; Gravermeijer, Bowers dan Stephan, 2003) agar matematika bernilai bagi manusia harus terhubung dengan kehidupan nyata, tetap dekat dengan siswa dan harus relevan dengan masyarakat. Penggunaan konteks yang realistis menjadi salah satu ciri yang menentukan pada pendekatan ini. Selain karena itu, menurut standar NCTM (Sonnabend, 2010) salah satu standar pecahan di sekolah dasar untuk kelas 3 sampai 5 adalah menggunakan model, *benchmark*, dan bentuk yang ekuivalen lainnya untuk menilai ukuran suatu pecahan.

Menggunakan model dalam menyelesaikan masalah matematika sejalan dengan prinsip RME. Dalam RME model berfungsi sebagai penghubung celah antara pemahaman informal yang dihubungkan untuk dunia nyata dan *imagine* pada satu sisi serta pemahaman formal di sisi yang lain. Untuk memenuhi fungsi sebagai penghubung, model harus bermula "model dari" situasi tertentu menuju sebuah "model untuk" jenis situasi lain yang setara (Heuvel-Panhuizen, 2003). Penggunaan model dalam RME terdapat pada *level principle*. Pembelajaran RME juga membutuhkan *learning trajectory* dalam memberikan bimbingan kepada siswa yang sesuai dengan *guidance principle*. Oleh karena itu, nantinya desain ini dibuat sejalan dengan prinsip RME yang diformulasikan oleh Treffers (Pitta-Pantazi, 2014) yakni *active principle, reality principle, level principle, interwinement principle, interactivity principle*, dan *guidance principle*.

Desain didaktis yang disusun terdiri dari delapan desain untuk delapan pertemuan selama 20 × 35 menit dan disusun dalam bentuk LKS sebanyak lima LKS yang disesuaikan dengan topik yang dibahas. Desain didaktis pertama membahas mengenai arti pecahan sebagai bagian dari keseluruhan utuh, desain ini terdiri dari lima buah kegiatan. Pada pertemuan ini disajikan juga sebuah biskuit yang harus dibagi sama besar untuk memulai pembelajaran pecahan. Setelah menggunakan biskuit, kemudian siswa beralih pada model bangun datar.

Desain didaktis yang kedua membahas mengenai pecahan sebagai bagian dari keseluruhan kelompok tertentu dan pembagian, desain ini terdiri dari empat kegiatan. Pada pertemuan ini siswa diberikan sejumlah permen sebagai alat peraga yang menunjukkan keseluruhan kelompok tertentu. Desain didaktis ketiga membahas mengenai perbandingan pecahan dan pecahan pada garis bilangan, desain ini terdiri dari tiga kegiatan. Pada pertemuan ini siswa menggunakan model gambar untuk merepresentasikan masalah yang diberikan, selain itu garis bilangan yang digunakan hanya memuat titik 0 dan 1. Desain didaktis keempat membahas mengenai pecahan yang senilai, penyederhanaan pecahan, dan pengurutan pecahan, desain ini terdiri dari dua kegiatan. Pada pertemuan ini alat peraga yang digunakan berupa permen untuk memudahkan menyelesikan persoalan yang diberikan.

Desain didaktis kelima dan keenam berkaitan dengan penjumlahan pecahan, masing-masing terdiri dari tiga kegiatan. Biskuat bolu digunakan sebagai alat peraga serta model gambar berupa bangun datar persegi dan persegi panjang juga digunakan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Siswa juga diminta untuk merumuskan prosedur penjumlahan dari model yang telah mereka buat. Desain didaktis ketujuh dan kedelapan mengenai pengurangan pecahan, masing-masing terdiri dari tiga kegiatan. Setelah pembuatan desain didaktis awal kemudian desain ini diimplementasikan dan dianalisis untuk menghasilkan rekomendasi untuk merevisi desain didaktis tersebut.

2.4 Implementasi Desain Didaktis Awal dan Revisinya

Implementasi desain didaktis dilakukan selama delapan kali pertemuan. Pada pertemuan pertama diberikan LKS 1 yang memuat desain didaktis pertama mengenai arti pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan utuh. Siswa diinstruksikan untuk memulai mengerjakan kegiatan pertama pada LKS tersebut.

> Hanifah mempunyai sebuah biskuit,
> akan dimakan bersama Lina dan Lini temannya,
> maka ia membagi biskuit tersebut menjadi tiga bagian sama besar.
> Bantulah Hanifah membagi biskuit tersebut menjadi tiga bagian sama besar!

Gambar 3. Masalah pada Desain Didaktis Pertama Kegiatan Pertama

Pada kegiatan pertama, repon beberapa siswa tidak dapat membagi biskuit menjadi tiga bagian sama besar. Biskuit yang digunakan berbentuk persegi panjang agar mudah untuk dibagi. Hal ini sejalan dengan Reys, *etc*(2012) yang mengungkapkan bahwa “Bentuk persegi panjang mudah untuk dibagi-bagi namun sulit untuk mengetahui bahwa itu merupakan satu kesatuan utuh”. Kesulitan dalam membagi biskuit menjadi tiga sama besar dikarenakan struktur dari biskuit tersebut yang mudah terpecah-pecah menjadi beberapa bagian. Sebagai alternatif pengganti dari biskuit ini untuk desain didaktis revisi diganti dengan biskuat bolu yang dibungkus satu per satu di pasaran agar memudahkan untuk dibagi sama besar. Biskuat bolu ini diberikan kepada siswa ketika masih terbungkus rapi. Hal ini untuk menunjukan biskuat bolu tersebut sebagai satu kesatuan utuh.

Pada kegiatan 1 dan 2 pertemuan ini, siswa juga diminta menyimpulkan pembilang pada pecahan menunjukan bagiannya (dengan ukuran yang sama) dan penyebut menunjukan keseluruhan dari bagian yang sama. Siswa masih merasakan kesulitan dalam menyimpulkan walaupun pada akhirnya ada yang berhasil menyimpulkan secara benar. Kesimpulan ini penting untuk mengantisipasi kesalahan siswa dalam menuliskan angka yang seharusnya menjadi pembilang malah ditulis sebagai penyebut dan sebaliknya. Selain itu juga, hal ini dapat pula mengantisipasi kesalahan siswa menyebutkan angka dari bagian yang tidak dimaksudkan sebagai pembilang. Dalam pecahan $\frac{a}{b}$, b (penyebut) menunjukkan berapa banyak bagian yang sama pada suatu keseluruhan utuh (*whole*), dan a (pembilang) menunjukkan berapa banyak bagian (*part*) yang sama pada kuantitas pecahan yang ditunjukan oleh $\frac{a}{b}$ (Battista, 2012; Hurst dan Hurrel, 2014; Smith dalam Westenskow, 2012).

Adapun penggunaan model dalam pertemuan ini menggunakan model berbentuk persegi panjang dan bangun datar segi enam yang tak beraturan. Sehingga terbentuk *mental image* pada siswa bahwa mempartisi sebuah model harus menggunakan garis vertikal. Hal ini dapat dilihat pada kegiatan empat pada LKS ini. Siswa membagi bangun selain persegi panjang dengan menggunakan garis vertikal seperti gambar berikut.

Gambar 4.Respon Siswa Terhadap Kegiatan

Bekas *tip ex* pada gambar di atas menunjukan respon awal siswa ketika membagi gambar tersebut menjadi delapan bagian. Sebelum ditentukan bagian-bagian yang akan dicat kuning, hijau, merah, dan dibiarkan biru. Bangun yang kurang bervariasi yang diberikan pada kegiatan sebelumnya serta alat peraga yang diberikan yakni berbentuk persegi panjang membentuk *mental image* mempartisi model dengan garis vertikal. Menurut Vinner (2014) contoh pertama yang berkaitan dengan konsep memberi dampak penting pada *concept image* yang terbentuk. *Concept image* merupakan kumpulan dari *mental image* siswa mengenai konsep. Dengan demikian, pada desain didaktis revisi bangun yang diberikan lebih bervariasi misalnya dengan bentuk hati dan bentuk-bentuk lainnya.

Pada pertemuan kedua, siswa mempelajari arti pecahan sebagai bagian dari keseluruhan suatu kelompok tertentu dan pembagian. Pada kegiatan pertama proses implementasi desain didaktis kedua, disertakan kepada siswa 9 buah permen untuk memperagakan situasi yang diberikan. Menurut Reys, *etc* (2012) model himpunan dari suatu objek digunakan sebagai keseluruhan untuk merepresentasikan pecahan, terkadang membuat siswa kesulitan. Sebagian karena mereka sering tidak menganggap kumpulan dari beberapa objek sebagai suatu kesatuan. Mengingat hal ini, permen sebanyak 9 buah milik Tuti yang ada dihadapan siswa diharapkan bisa membantu dalam melihat 9 buah permen tersebut sebagai suatu keseluruhannya. Permen tersebut diberikan pada kegiatan pertama sebagai alat peraga. Permen yang diberikan kepada siswa mempermudah menyelesaikan permasalahan yang diberikan.

Pada saat pengimplementasian kegiatan dua, permasalahan yang diberikan pada kegiatan kedua masih membicarakan mengenai arti pecahan sebagai bagian dari keseluruhan himpunan tertentu. Pada kegiatan ini beberapa siswa sudah mampu memodelkan kelereng dengan model persegi panjang yang dibagi menjadi 10 bagian yang menggambarkan banyaknya kelereng keseluruhan, kemudian mengarsirnya lima bagian untuk membedakan mana kelereng putih dan hitam. Dengan demikian siswa sudah mampu menggunakan model yang berbeda dalam merepresentasikan permasalahan yang berbeda. Hal tersebut baik untuk melatih fleksibilitas siswa dalam memecahkan masalah matematika. Taback (2001) menemukan bahwa merepresentasikan masalah menggunakan model yang berbeda dapat meningkatkan fleksibilitas siswa (Durmus dan Karakirik, 2006).

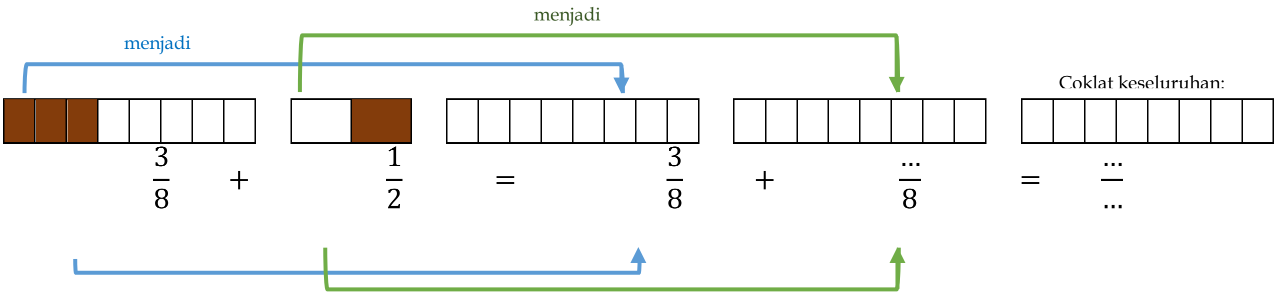
Kegiatan ketiga dan keempat dari desain ini membahas mengenai pecahan sebagai pembagian. Diawali dengan kegiatan tiga pembagian tak bersisa yang diharapkan dapat mengarahkan pada kegiatan empat. Pada kegiatan tiga permaslahan yang diberikan kepada siswa adalah membagi 12 buah pensil pada tiga orang. Sedangkan pada permasalah keempat membagi 5 buah tempe kepada empat orang. Namun, kegiatan 3 ternyata tidak mampu mempermudah siswa dalam berpikir mengenai penyelesaian kegiatan 4. Objek yang digunakan pada kegiatan 3 dan 4 berbeda, pada kegiatan 3 objek yang digunakan adalah pensil dan pada situasi 4 objek yang digunakannya adalah tempe. Selain itu, kegiatan 4 dilakukan tanpa menggunakan alat peraga seperti menampilkan tempe asli ataupun benda yang menyerupai tempe dihadapan siswa. Revisi pada desain ini adalah pada kegiatan 3 dan 4 akan digabungkan menjadi serangkaian kegiatan yang berjenjang dan dibuat lebih mirip dengan kegiatan pertama pada desain pertama. Diberikan pula alat peraga bagi siswa untuk mempermudah pemahaman situasi ini.

Pertemuan ketiga dan keempat membahas perbandingan pecahan, pecahan yang senilai, penyederhanaan pecahan, serta urutan pecahan. Kegiatan pertama pada desain ini dimulai dengan membandingkan pecahan, dimana pecahan tersebut merupakan pecahan yang senilai dan meletakannya pada garis bilangan. Pada situasi ini siswa masih kesulitan melihat bahwa $\frac{2}{4}=\frac{4}{8}$ dengan menggunakan model gambar, walaupun dalam model lingkaran pertama dan kedua menunjukan gambar yang sama, siswa tidak melihat besar daerah yang diarsir, namun ia melihat banyaknya potongan dari daerah yang diarsir yaitu 2 dan 4 sehingga menyimpulkan bahwa $\frac{2}{4}<\frac{4}{8}$, bantuan alat peraga manipulatif berupa dua buah lingkaran dengan ukuran sama yang harus siswa gunting $\frac{2}{4}$ bagiannya dan $\frac{4}{8}$ bagiannya kemudian dibandingkan hasilnya ternyata sama, barulah siswa menyadari bahwa kedua pecahan tersebut bernilai sama. Dengan demikian revisi pada kegiatan ini disertakan alat peraga manipulatif untuk memudahkan siswa dalam memahami apa yang hendak mereka pelajari.

Saat implementasi siswa juga mengalami kesulitan dalam meletakan pecahan yang diperoleh pada garis bilangan yang polos tanpa titik, hanya terdapat titik 0 dan 1 sebagai pembatas. Kesulitan muncul tidak hanya pada kegiatan pertama tetapi juga pada kegiatan-kegiatan selanjutnya. Dalam desain didaktis revisi garis bilangan ini diperbaiki dengan diberikan noktah untuk mempermudah meletakan suatu pecahan pada garis bilangan tersebut. Merepresentasikan pecahan sebagai bilangan pada garis bilangan tidaklah mudah dilakukan siswa sekolah dasar, namun hal ini penting karena garis bilangan sering digunakan di dalam atau di luar aljabar, bahkan garis bilangan dimanfaatkan dalam mempelajari penjumlahan dan pengurangan bilangan (Klein dan Beishuizen, 1998; Izsak, Tillema, dan Tung-Pekkan, 2008). Memahami pecahan sebagai titik bukan segmen dari garis adalah merupakan perubahan pengetahuan besar bagi banyak siswa. Kurangnya pemahaman siswa tentang pengukuran garis (Battista, 2012) dapat menyulitkan siswa dalam mempelajari pecahan pada garis bilangan. Selain itu, Bright, dkk. (1988) mengemukakan siswa memiliki masalah menghubungkan pecahan yang ekuivalen pada satu titik pada garis bilangan. Dengan demikian, mempelajari pecahan pada garis bilangan memang cukup sulit untuk siswa namun tetap harus dilalui siswa.

Terdapat pula kesulitan siswa dalam menghubungkan model dengan prosedur, misalnya saja pada kegiatan 3, untuk persamaan $\frac{1}{3}=\frac{3}{9}$. Meskipun dalam model telah ditunjukan $\frac{1}{3}$ bagian yang diarsir pada model kedua akan sama dengan $\frac{3}{9}$ pada model pertama jika kita mengubah model kedua menjadi sembilan bagian sama besar dengan cara membagi tiga lagi mode tersebut. Namun, hal ini tidak muncul pada saat pembelajaran serta tidak menghubungkan siswa pada prosedur $\frac{1}{3}=\frac{1\times 3}{3\times 3}=\frac{3}{9}$. Hal ini dimungkinkan karena tidak ada intervensi pada LKS mengenai penghubungan ini, sehingga situasi ini akan direvisi dengan penambahan intervensi pada LKS dengan kalimat “perhatikan gambar coklat milik Rina, ubahlahlah gambarnya dari 3 bagian sama besar menjadi 9 bagian sama besar. Pecahan yang ditunjukan oleh gambar tersebut menjadi....., dari gambar tersebut diketahui bahwa $\frac{1}{3}=\frac{1\times \ldots}{3\times \ldots}=\frac{\ldots}{9}$.”

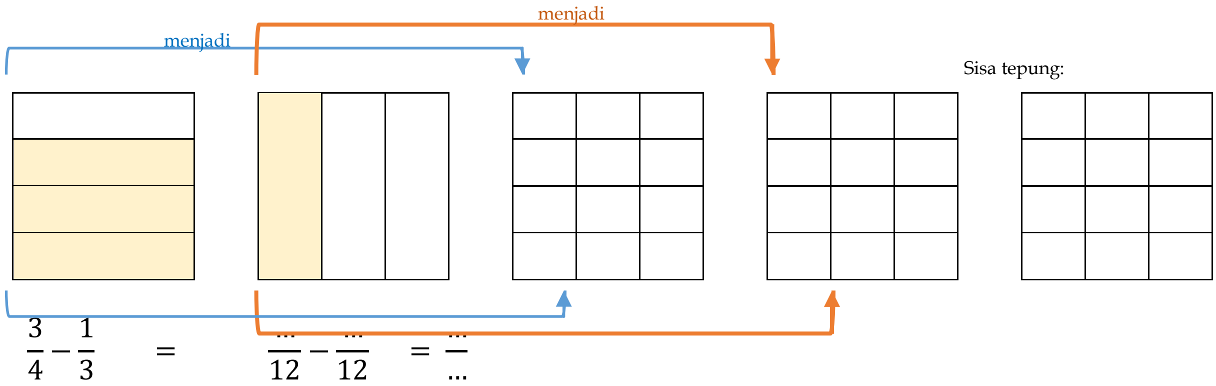
Pertemuan keempat dan kelima membahas mengenai penjumlahan pecahan. Penggunaan alat peraga dan model mempermudah siswa dalam menemukan hasil dari penjumlahan pecahan. Namun, intervensi dalam menghubungkan antara model dan prosedur dirasa kurang, sehingga masih terdapat beberapa siswa yang kesulitan. Dengan demikian pada desain ini setiap menghubungkan prosedur yang diberikan akan disertai dengan model di atasnya. Misalkan pada kegiatan 2, prosedur $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}=\frac{3}{8}+\frac{\ldots}{8}=\frac{\ldots}{\ldots}$ ditambahkan dengan model di atasnya sebagai kesimpulan dari kegiatan sebelumnya menjadi:



Penggunaan model pada desain didaktis ini membantu siswa melihat bahwa sulit menjumlahkan pecahan berbeda penyebut tanpa memanipulasi model. Hal tersebut berdampak pada operasi pecahan yang ditulis siswa, dengan model siswa dapat menentukan hasil dari $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ bukan $\frac{4}{10}$.

Adapun desain didaktis untuk pertemuan keenam yang diberikan adalah untuk melihat bagaimana siswa menggunakan pemahamannya mengenai pengetahuan yang telah diperoleh. Dalam mengerjakan kegiatan tersebut, terdapat respon yang menggunakan model disertai prosedur, adapula yang hanya menggunakan prosedur penjumlahan untuk menyelesaikan situasi tersebut. Siswa yang menjawab salah permasalahan yang diberikan memeriksa kembali jawabannya dengan menggunakan model. contohnya pada kegiatan dua desain didaktis pertemuan keenam, siswa menyelesaikan permasalahan yang diberikan dengan jawaban $\frac{2}{4} + \frac{1}{6} = \frac{2}{12} + \frac{2}{12} = \frac{4}{12}$ dengan demikian siswa diminta menggunakan model untuk memeriksa kembali jawaban tersebut apakah benar atau salah. Dengan bantuan model siswa dapat menyadari kesalahannya dengan mudah.

Pertemuan ketujuh dan kedelapan membahas mengenai pengurangan pecahan. Penggunaan alat peraga dan model mempermudah siswa dalam menemukan hasil dari penjumlahan pecahan begitupun dengan pengurangan pecahan. Proses yang terjadi ketika menghubungkan antara model dengan prosedur pada situasi ini tidak terlalu banyak kendala, dikarenakan proses tersebut hampir sama dengan proses menjumlahkan pecahan. Namun, agar proses berpikir siswa lebih mudah dan jelas dalam menghubungkan model dengan prosedur maka intervensi yang dilakukan pada desain sebelumnya juga akan digunakan pada desain ini. Seperti halnya pada kegiatan 3 prosedur $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$ ditambahkan dengan model di atasnya sebagai kesimpulan dari rangkaian langkah-langkah sebelumnya menjadi seperti pada gambar.



Adapun desain didaktis pada pertemuan kedelapan yang diberikan adalah untuk melihat penggunaan pemahaman siswa mengenai pengurangan pecahan yang telah diperolehnya. Dalam mengerjakan desain tersebut, siswa menggunakan prosedur pengurangan pecahan tanpa menggunakan model.

3. Kesimpulan

Dari penelitian yang dilakukan *learning obstacles* pada materi pecahan kelas IV SD terdiri dari *epistimological obstacle* dan *didactical obstacle. Epistimological obstacle* yang ditemukan karena keterbatasan konteks yang dimiliki siswa. Pemahaman siswa mengenai pecahan yang merupakan bagian dari keseluruhan terbatas pada pengertian tersebut tanpa melihat keseluruhannya sama besar atau tidak. Selain itu, pemahaman prosedur siswa mengenai penyederhanaan pecahan, pengurutan pecahan, serta pengurangan dan penjumlahan pecahan terbatas pada soal-soal tertentu. Ketika soal yang diberikan berbeda dari biasanya, terdapat siswa yang kurang memahami maksud soal. *Didactical obstacle* yang temukan karena pembelajaran yang dilangsungkan oleh guru terbatas pada buku ajar yang tersedia di sekolah dimana setiap siswa dapat membawanya ke rumah sebagai bahan belajar. Buku ajar tersebut tidak mendefinisikan pecahan secara lengkap dan menekankan pada pengetahuan prosedur.

Selain *learning obstacles* dirumuskan pula *hypothetical learning trajectory* siswa pada materi pecahan kelas IV SD yang akan dijadikan pertimbangan dalam membuat desain didaktis pecahan kelas IV. Desain didaktis awal dirancang berdasarkan *learning obstacles* yang teridentifikasi, dimana urutannya disesuaikan dengan *hypothetical learning trajectory* yang telah dirumuskan dan berdasarkan pada prinsip RME. Antisipasi didaktis dan pedagogis dirancang dengan mempertimbangkan kesalahan atau kesulitan siswa yang teridentifikasi sebelumnya. Desain didaktis awal disusun kedalam delapan desain dan disajikan kepada siswa dalam bentuk LKS sebanyak lima buah LKS disertai pula dengan alat peraga pendukung pengimplementasian desain didaktis. Pada saat pengimplementasian desain didaktis muncul beberapa hambatan yang dijadikan pertimbangan dalam merevisi desain didaktis yang telah dibuat. Benda benda konkrit sebagai alat peraga yang digunakan mempermudah siswa memahami dan menyelesaikan persoalan yang diberikan, serta mempermudah pula dalam membangun pemahaman siswa. Desain didaktis akhir dapat dicoba untuk diimplementasikan di sekolah lain untuk melihat hambatan dan respon yang yang berbeda agar desain didaktis ini dapat terus diperbaiki dan disesuaikan dengan karakter siswa.

4. Daftar Pustaka

Arnon, I., Nesher, P., & Nirenburg, R. (2001). Where do fractions encounter their equivalents? Can this encounter take place in elementary-school?. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6, 167-214.

van den Akker, J dkk. (penyunting). *Educational design research* (hlm. 17–51). London: Routledge. (2006)

Battista, M. T. (2012). *Cognition-based assessment & teaching of fraction: building on students' reasoning.* Portsmouth: Heinemann

Bright, G. dkk. (1988). Identifying fractions on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 215-232.

Brousseau. (2002). *Theory of didactical situations in mathematics*. Netherlands: Kluwer.

Clements, D. H. dkk. (2011). Mathematics learned by young children in an intervention based on learning trajectories: a large-scale cluster randomized trial. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(2), 127–166.

Clements, D., & Sarama, J. (2009). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. New York: Routledge.

Cortina, J. L., Visnovska, J, & Zuniga, C. (2014). Unit fractions in the context of proportionality: Supporting students' reasoning about the inverse order relationship. *Mathematics Education Research Journal*. DOI: 10.1007/s13394-013-0112-5

Durmus, S. & Karakirik, E. (2006). Virtual manipulatives in mathematics education: A theoretical framework.

Turkish Online Journal of Educational Technology, 5(1), 117-123. http://www.tojet.net/articles/v5i1/5112.pdf

Gravemeijer, K., Bowers, J., & Stephan, M. (2003). Chapter 4: a hypothetical learning trajectory on measurement and flexible arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education, Monograph, 12*, 51-66.

Gravemeijer, K.P.E. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. Dalam J. van den Akker, dkk. (penyunting). *Educational design research* (hlm. 17–51). London: Routledge.

Hurst, C. & Hurrell, D. (2014). Developing the big ideas of number. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*. ISSN: 2148 – 5984.

Izsak, A., Tillema, E., & Tunc-Pekkan, Z. (2008). Teaching and learning fraction addition on number line. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(1), 33-62. NCTM.

Klein A. S., & Beishuizen M. (1998). The Empty Number Line in Dutch Second Grades: Realistic Versus Gradual Program Design. *Journal for Research in Mathematics Education*. 29(4), 443–464.

McKenney, S. & Reeves, T. (2012). *Conducting educational design research*. London: Routledge.

Myers, M. dkk. (2015). From implicit to explicit: articulating equitable learning trajectories based instruction. *Journal of Urban Mathematics Education*, 8(2), 11–22 ©JUME.

Ningsih, S. (2014). Realistic mathematics education: model alternatif pembelajaran matematika sekolah. *Jurnal Pendidikan Matematika IAIN Antasari*. 01(2), 73-94.

Pitta-Pantazi, D. (2014). Number teaching and learning. Dalam S. Lerman (penyunting). *Encyclopedia of mathematics education* (hlm.470-476). London : springer.

Pothier, Y. & Sawada, D. (1983). Partitioning: the emergence of rational number ideas in young children. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(5), 307–317.

Rangkuti, A. N. (2015). Developing a learning trajectory on fraction topics by using realistic mathematics education approach in primary school. *IOSR Journal of Research & Method in Education*, 5(5), 13-16 www.iosrjournals.org DOI: 10.9790/7388-05531316

Reys, dkk. (2012). *Helping children learn mathematics.* United State of America: Wiley.

Sadi, A. (2007). Misconceptions in numbers. *UGRU Journal*, 5. hlm. 1-7.

Saxe, G. B., dkk. (2005). Representing fractions with standard notations: A developmental analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36, 137-157.

Sherin, M. G. & van Es, E. A. (2009). Effects of video club participation on teachers' professional vision. *Journal of Teacher Education*, 60(20).DOI: 10.1177/0022487108328155

Simon. M. A. (2014). Hypothetical learning trajectories in mathematics education. Dalam S. Lerman (penyunting). *Encyclopedia of mathematics education* (hlm. 470-476). London: springer.

Sonnabend T. (2010). *Mathematics for teachers an interactive approach for grades K-8*. USA: Belmont.

Suryadi, D. (2010). Menciptakan proses belajar aktif: kajian dari sudut pandang teori belajar dan teori didaktik. *Makalah disajikan pada seminar pendidikan nasional di UNP*.

Untari, E. (2013). Diagnosis kesulitan belajar pokok bahasan pecahan pada siswa kelas V Sekolah Dasar.

Jurnal Ilmiah STKIP PGRI Ngawi. (13)1. Hlm. 1-8.

van de Walle, J. A., dkk. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentarlly*. United State : Pearson.

van den Heuvel-Panhuizen M & Drijvers P. (2014) Realistic mathematics education. Dalam S. Lerman (penyunting). *Encyclopedia of mathematics education* (hlm. 521-525. London : springer.

van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: an example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics,* 54: 9–35.

van Oers, B. (2014). Scaffolding in mathematics education. Dalam S. Lerman (penyunting). *Encyclopedia of mathematics education* (hlm.535-538). London : springer.

Vinner, S. (2014). *Concept development in mathematics education*. Dalam S. Lerman (penyunting). *Encyclopedia of mathematics education* (hlm.91-95). London : springer.

Westenskow, A.(2012). *Equivalent fraction learning trajectories for students with mathematical learning difficulties when using manipulatives*. All Graduate Theses and Dissertations. Paper 1368. http://digitalcommons.usu.edu/etd/1368

Wheeldon, D. A. (2008). *Developing mathematical practices in a social context:an instructional sequence to support prospective elementary teachers' learning of fractions*. (Disertasi).Department of Teaching and Learning Principles in the College of Education at the University of Central Florida, Orlando.

Wu, H. (1998). *Teaching fractions in elementary school: A manual for teachers*. [online]. Diakses dari: https://math.berkeley.edu/~wu/fractions1998.pdf